

令和2年度大分市教育センター長期派遣研修

# 「研修報告書」

大分市教育センター長期派遣研修生  
大分市立城南中学校 教諭 安部 裕美

<目次>

1. 研究主題	1
2. 研究主題設定の理由	1
3. 研究仮説	2
4. 全体構想	2
5. 研究方法	3
6. 研究内容	3
(1) 文献調査、先行研究の調査	
① 数学的な表現について	3
② 数学的な表現を用いて説明する力の評価方法について	5
i 数学的な表現を用いて説明する力とは	5
ii 数学的な表現を用いて説明する力の評価方法の先行研究について	5
③ 説明する力を高める手立てとしてのワークシートについて	7
(2) 検証の視点について	8
7. 研究の実際	
(1) 数学的な表現を用いて説明することに関する事前調査	8
(2) 思考を整理するワークシート（課題編）による変容観察	
① 課題編②、⑧を基にした分析	9
② 課題編④、⑩を基にした記述による生徒の変容	11
(3) 予備授業	
① 予備授業の分析	13
i 数学的な表現（式）の働きについての理解が深まったか	13
ii 思考を整理するワークシートが、問題解決の見通しを立てることに有効であったか	14
② 検証授業に向けて	14
(4) 検証授業	
① 検証の視点「数学的な表現の働きについての理解が深まったか」を基にした分析	15
② 検証の視点「思考を整理するワークシートが、問題解決の理由や方法を数学的な表現を用いて説明するために有効であったか」を基にした分析	16
③ 事前アンケートと事後アンケートの比較を基にした成果と課題	18
(5) 事前テストと事後テストの結果から見られる変容	20
8. 研究の成果と課題	
(1) 成果	24
(2) 課題	24
9. まとめ	25
10. 研究成果の還元方法	26
11. 引用文献・参考文献	26

## 1. 研究主題

数学的な表現を用いて説明する力を高める関数領域の指導の工夫  
～思考を整理するワークシートを用いた数学的活動を通して～

## 2. 研究主題設定の理由

今日の社会は、国際化や情報化の進展や科学技術の著しい発展など変化が激しく先の予測が困難なものになってきている。このような中、学校教育においては、子どもたちが様々な変化に積極的に向き合い、他者と協働して課題を解決していくことや、様々な情報を見極め知識の概念的な理解を実現し情報を再構成するなどして新しい価値につなげていくこと、複雑な状況変化の中で目的を再構築することができるようにすることが求められている。こうした背景を受け、平成 28 年中央教育審議会答申では、「生きる力」をより具体化し、教育課程全体を通して育成を目指す資質・能力を「何を理解しているか、何ができるか（生きて働く『知識・技能』の習得）」、「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる『思考力・判断力・表現力等』の育成）」、「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする『学びに向かう力・人間性等』の涵養）」の三つの柱に整理した。また、中学校学習指導要領第一章総則において「生徒が、学ぶことと自己の将来のつながりを見通しながら、社会的・職業的自立に向けて必要な基盤となる資質・能力を身に付けていくことができるよう、特別活動を要としつつ、各教科等の特質に応じて、キャリア教育の充実を図ること」とキャリア教育の充実を図ることが明記された。

数学科においては、平成 28 年中央教育審議会答申で、「PISA2015では数学的リテラシーの平均得点は国際的に見ると高く、引き続き上位グループに位置している」「TIMSS2015では、小・中学生の算数・数学の平均得点は平成7年（1995年）以降の調査において最も良好な結果となっているとともに、中学生は数学を学ぶ楽しさや、実社会との関連に対して肯定的な回答をする割合も改善が見られる一方で、いまだ諸外国と比べると低い状況にあるなど学習意欲面で課題がある」と示されている。このことから、学ぶことと自己の将来をつなぐことが十分にはできていないという現状が窺える。そこで、同答申では、算数科・数学科の教育内容の改善・充実について、数学と人間との関わりや数学の社会的有用性についての認識が高まるよう、十分に配慮することを求めている。また数学教育においては、諸事象に潜む数理を見だし、それを的確に表現することへの大きな期待が寄せられており、表、図、ダイアグラムなどの言語としての数学の特質が一層重視されてきていることへの配慮も求めている。これらを受け、中学校数学科では、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を重視している。

平成 31 年度全国学力・学習状況調査数学の結果分析によると、大分市の中学生は、どの領域も概ね満足できる状況であるが、「結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見だし説明すること」「資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明すること」に関する問題の正答率が低く、「数学的な表現を用いて説明すること」に課題が見られる。また、各領域の平均正答率は、数と式 65.6%、関数 45.3%、図形 72.5%、資料の活用 57.8%となっており、関数領域の平均正答率は他の領域に比べて低いことが分かる。所属校第 3 学年について

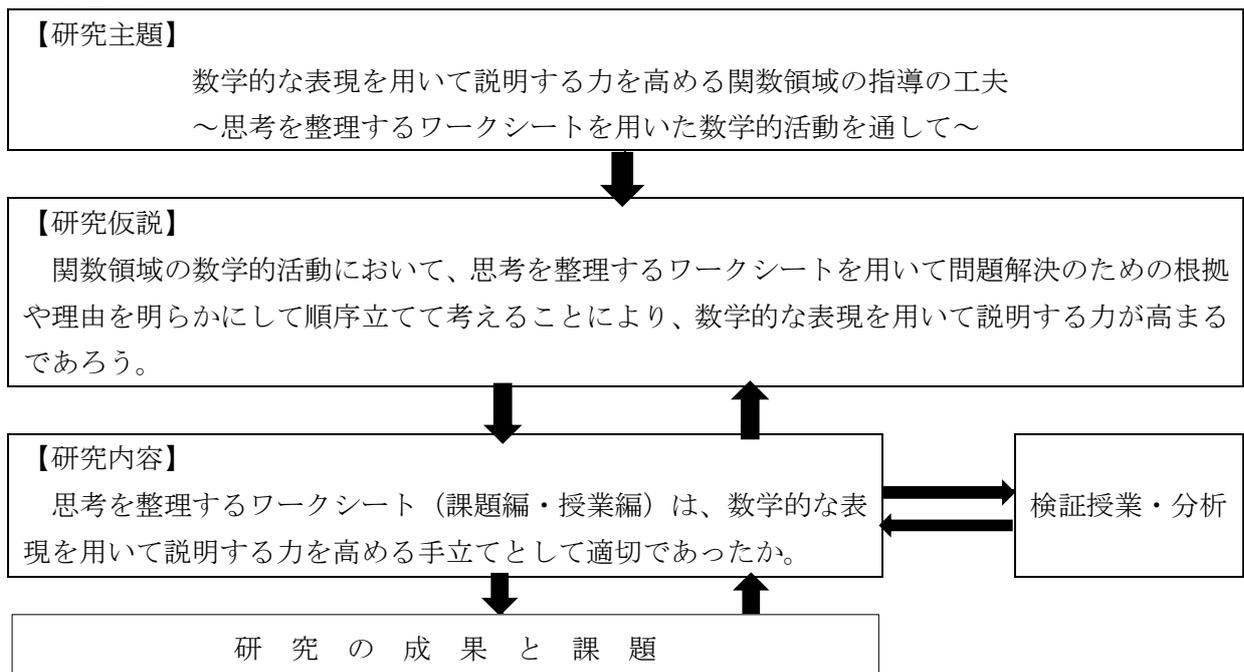
ては、2年時の大分県学力定着状況調査の結果によると、比例・反比例と空間図形を除いた六つの単元で目標値を上回っているが、「関数について理解している」「与えられた式から問題を解決する方法を数学的に説明することができる（比例・反比例）」の二項目の正答率が低く、関数領域の学習と数学的に説明する力に課題が見られる。「数学的な表現を用いて説明すること」は、データや事実に基づき、簡潔・明瞭な表現を使って、物事がなぜこうなるのか根拠や理由を明らかにすることにつながり、これは、社会的・職業的自立に向けて必要な論理的思考力や課題対応能力の育成に関係する。また、関数的な見方や考え方は、自然現象や社会現象を考察したり理解したりするために必要となる場面が多く、よりよい社会をつくるためのデータ収集や分析などには欠かせない。

これまでに述べたことから、数学科の特質に応じたキャリア教育の充実を図りつつ、数学的な表現を用いて説明する力を高める指導の在り方について研究したいと考えた。数学的な表現を用いて説明するためには、数学的な表現の働きについての理解を踏まえて問題解決に適切な数学的な表現を選択することや、問題解決のための根拠や理由を明らかにして順序立てて考えることが必要となる。そこで、すでに明らかになっている事実を整理することで根拠や理由を見付けやすくし、問題解決に向けて順序立てて考えることができるようなワークシートを用いることが手立てとして有効であると考えた。このような「思考を整理するワークシート」を用いて問題解決のための根拠や理由を明らかにして順序立てて考えることにより、数学的な表現を用いて説明する力が高まるのではないかと考え、研究主題を設定した。

### 3. 研究仮説

関数領域の数学的活動において、思考を整理するワークシートを用いて問題解決のための根拠や理由を明らかにして順序立てて考えることにより、数学的な表現を用いて説明する力が高まるであろう。

### 4. 全体構想



## 5. 研究方法

- (1) 文献調査、先行研究の調査
  - ① 数学的な表現について
  - ② 数学的な表現を用いて説明する力の評価方法について
    - i 数学的な表現を用いて説明する力とは
    - ii 数学的な表現を用いて説明する力の評価方法の先行研究について
  - ③ 説明する力を高める手立てとしてのワークシートについて
- (2) 検証の視点について
- (3) 思考を整理するワークシート（課題編）による変容観察
- (4) 予備授業
- (5) 検証授業

## 6. 研究内容

### (1) 文献調査、先行研究の調査

#### ① 数学的な表現について

中原（1995）の理論によると、数学的な表現様式は【表 1】のように五つに類型化することができる。また、裕元（2009）は、数学的な表現とは対象となるものを図、表、式、グラフや記号、用語などの数学特有の言語で表したものであり、数学用語や数学特有の言葉の言い回しなども数学的な表現に入るとしている。数学特有の言い回しには、「等しい」「異なる」「比べる」「いつでも成り立つのは」の他に、順序を示す「まずは」「次に」などがある。平成 29 年に告示された中学校学習指導要領解説数学編においては、「数学では言葉や数、式、図、表、グラフなどの様々な表現を用いる」とあり、中学校数学では【表 1】の現実的表現や操作的表現は図的表現に読み換えていると考えられる。

【表 1】 数学的な表現様式

(1) 現実的表現	実物を用いて、現実在即した操作や実験をするもので、問題の意味を理解するために効果がある。
(2) 操作的表現	おはじきやブロック等の半具体物をモデルとして操作する表現で、現実的表現と同様、問題の意味の理解に効果がある。
(3) 図的表現	絵、図、グラフ等による表現であり、具体物を必要としないために様々な学習場面で用いられる。
(4) 言語的表現	日常言語による表現であり、内言語としての思考の様相を表出するはたらきがある。図や数式の意味や考えの説明を書いたり話したりする活動が主として行われる。
(5) 記号的表現	記号には、数字や文字、演算記号、関係記号などがあり、それらを用いた数学的文章ともいえる式を中心として扱われる。

数学的な表現は、物事の特徴を抽象し、簡潔・明瞭に表すとともに、考察対象を一般的に表すことができる。このように数学的な表現は、それを使わないで考えるよりも質の高い思考を可能にする。他方で、数学的な表現には、例えば、式は数量やその関係について一般的な表現や形式的な操作を可能にし、図は視覚的な把握を容易にし、表は変化の規則性を示唆し、グラフは事象の変化の様子を視覚的に把握することを容易にするなど、それぞれに長所がある。

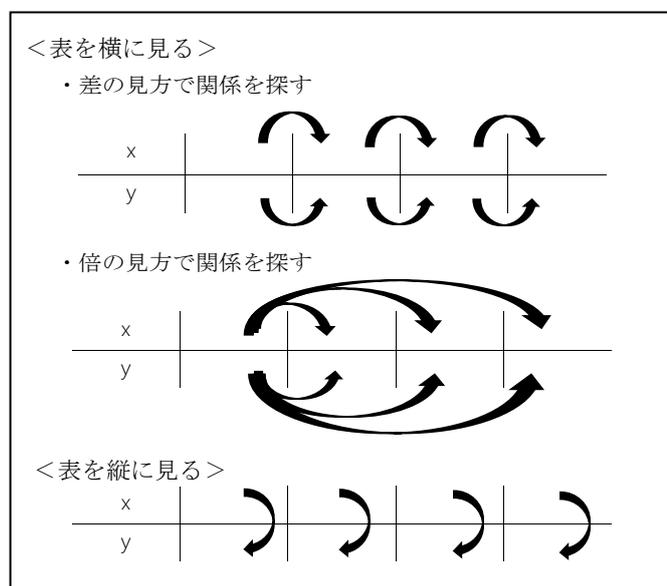
全国学力・学習状況調査において、記述式問題に係る設問の正答率が高い中学校の実践例として、【図1】のような、それぞれの数学的な表現の長所や短所をまとめたカードを用いた実践が国立教育政策研究所のホームページで紹介されている。指導者がカードをあらかじめ作成し、生徒が数学的な表現についてそれぞれの長所や短所を具体的な場面で理解し、適切に数学的な表現を選択することで、問題をよりよく解決でき、他者に説明することが可能となる。この先行実践から、生徒が、数学的な表現のよさを意識し、自分で適する表現を選ぶことが、より分かりやすく説明する力につながっていることが分かる。

関数領域は、数学的な表現の中でも表、式、グラフを相互に関連付けて考察し、表現する力が求められる。そのためには、表、式、グラフを用いて自分の考えを表現する力をそれぞれ育成することが必要である。表をつくるということは、二つの数量の関係を考えようとする事、すなわち関数を意識することから始まる。生徒に表をつくることの意味を考えさせ、表から二つの数量の特徴を見いだす際の表の読み取り方を意識して指導することが必要である。

【図2】のように、「表を横に見る見方」は、差の見方で関係を探する方法と倍の見方で関係を探する方法がある。差の見方は、変化の割合につながる発想であり、倍の見方は比例関係（比例、反比例、2乗に比例など）を見いだす発想である。「表を縦に見る見方」は、二つの数量の関係を立式することにつながる。これは、【表1】の数学的な表現様式の「図的表現」を「記号

あなたはどの表現を選ぶ？		
数学的な表現には、「図、表、式、グラフ、用語・記号」などがあります。これを上手に使用すれば、自分の考え方を人に分かりやすく説明し、伝えることができます。それぞれの表現のよさを知って、目的に応じて、どの方法が一番適しているか考えて使えるようになろう！！		
表現	長所（よさ）	短所
図	<ul style="list-style-type: none"> <li>○具体物に近く、いろいろな見方や考え方をししやすい。</li> <li>○イメージしやすい。</li> <li>○解決のきっかけを見つけやすい。</li> <li>○やる気になる。</li> <li>○問題の意味を理解しやすい。</li> <li>○解き方を具体的に説明しやすい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>△書きにくい場合がある。</li> <li>△複雑な場合は見づらい。</li> <li>△とらえ方によっては、異なった図になることがある。</li> <li>△正確に表さない、間違った判断をしてしまうことがある。</li> </ul>
表	<ul style="list-style-type: none"> <li>○もっとも素朴な方法である。</li> <li>○作成しやすい。</li> <li>○ある値に対する他方の値がすぐに分かる。</li> <li>○対応がはっきり表れ、変化の様子を見ることが出来る。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>△数値がとびとびで、その間の数値は予想する必要がある。</li> <li>△表に示した数値以外は不明である。</li> <li>△複雑な規則性を見つけることが難しい場合がある。</li> </ul>
式	<ul style="list-style-type: none"> <li>○2 数の関係が明確（一般化）にされている。</li> <li>○式の形から求め方がわかる。</li> <li>○どのような数の値に対しても、他方の値を求めることができる。</li> <li>○形式的な操作が可能である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>△文字を使う場合には、式を立てることが難しい場合がある。</li> <li>△成り立つ範囲（変域）がある場合は、それを説明する必要がある。</li> <li>△式の表す意味を考えるのが難しいことがある。</li> </ul>
グラフ	<ul style="list-style-type: none"> <li>○変化の様子をイメージとしてとらえ易い。</li> <li>○変化の様子が視覚的にわかりやすく表されている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>△値を正確に読み取れない場合が多い。</li> <li>△表れていない部分は、はっきりしない。</li> </ul>
用語・記号	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ことごとの関係を短く、簡単に、はっきりと表せる。</li> <li>○説明が短く、簡単になる。</li> <li>○意味を正しく伝えられる。</li> <li>○一般化して考えたり表したりしやすい。</li> <li>○正しく使うと説明がしやすく、能率的である。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>△日常生活で使う言葉と意味が異なる場合もあり、その意味を正しく理解していないと混乱する。</li> <li>△抽象的だから、他の表現方法と合わせて人に説明する必要がある。</li> </ul>

【図1】 実践例を基に作成したカード



【図2】 表の見方（「中学校数学科『数学的な表現力』を育成する授業モデル」 松元新一郎）

的表現」へ変換することである。また、グラフは点の集合であることを意識させることが大切であり、その意識が二つの直線や曲線の交点の意味を考える上で重要な役割を果たす。式との関連付けにおいては、グラフを読み取る指導も必要である。

本研究では、【表 1】の「数学的な表現様式」の五つの分類のうち、「図的表現」「言語的表現」「記号的表現」の三つに焦点を当て、「数学的な表現」を「図、表、式、グラフ、数学の用語・記号などの表現」とする。

## ②数学的な表現を用いて説明する力の評価方法について

### i 数学的な表現を用いて説明する力とは

本研究において、「数学的な表現を用いて説明する力」とは、「図、表、式、グラフ、数学の用語・記号などの表現を使って、問題解決の過程や方法を、筋道を立てて説明する力」とする。これは、データや事実に基づき、簡潔・明瞭な表現を使って、物事がなぜこうなるのかという根拠や理由を明らかにする力につながっており、社会的・職業的自立に向けて必要な論理的思考力や課題対応能力の育成に関係している。つまり、数学的な表現を用いて説明する力を高めることは、数学を通じたキャリア教育でもあると考える。「数学的な表現を用いて説明する」過程には、問題解決に向けて思考し、数学を活用して判断し、数学的に表現することが含まれている。このことは、育成を目指す資質・能力の三つの柱のうち、「思考力、判断力、表現力等」に深く関係している。

### ii 数学的な表現を用いて説明する力の評価方法の先行研究について

西村（2012）は、学校教育において、評価は子どもの力をよりよく伸ばすために行うものであり、思考・判断・表現の評価もそれらの質を高めるという目的に即して考えるべきだとしている。一つの問題解決の過程は、思考・判断・表現を総合した結果として考えられるものであることから、その評価も問題解決の過程全体に対して行うことの必要性を述べている。また、思考・判断・表現の質を高めるには、評価の結果だけではなく、なぜその評価になったのか、どのようなことができていて（できるようになって）、これからどのようなことができるようになるかよいかをフィードバックする必要があるとしており、子ども自身が思考・判断・表現の質の高まりを自覚することができるようにするための自己評価の重要性についても述べている。

【表 2】課題別の評価基準の例 西村（2012）の先行研究より

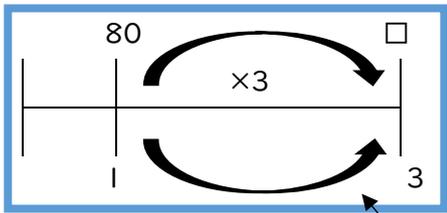
	構造の把握	文字式の利用	理由の説明
c	ある特定の数の場合については「初めの数」を当てる方法を見いだしている。	ことばや1つの文字を用いて表している。	ある特定の数について「初めの数」を当てられることを説明している。
b	どの数で始めても、「初めの数」を当てる方法を見いだしている。	2つの文字を用いて表し、処理している。	どの数で始めても、「初めの数」を当てられることを示しているが説明に飛躍がある。
a	どの数で始めても、「初めの数」を当てる方法を見だし、それをもとに奇数の場合等も考えている。	2つの文字を用いて表し、処理してその結果を解釈している。	どの数で始めても、「初めの数」を当てられることを最初から最後まで筋道立てて説明している。

これらを踏まえ、西村（2012）は、子どもの思考・判断・表現の質を高めるための評価として、問題に対して、【表 2】のような評価基準表を用いて問題解決の過程全体を評価する方法を提案している。

また、算数科の「変化と関係」領域で根拠を基に筋道を立てて説明する力を高める研究を行った後藤（2019）は、「順序や理由を表す言葉と数学的な表現の出現数を基に作成した説明することに関する判定基準（【表 3】）は評価をする際の手立てとして有効であった」と述べており、【図 3】のように、必要な数学的な表現と根拠の有無を基に評価をしている。

【表 3】説明することに関する判定基準 後藤（2019）の先行研究より

「十分に満足できる」 状況と判断される A	「おおむね満足できる」 状況と判断される B	「努力を要する」 状況と判断される C
・二つの異なる量の違いを表や言葉を使いながら、筋道を立てて説明している	・考えの根拠がある ・説明するときに必要な語句が抜ける	・立式はできるが、説明ができない
<p>&lt;説明するために必要な数学的な表現の出現数による評価のめやす&gt;</p> <p>十分満足・・・5 個    おおむね満足・・・4 個, 3 個    努力を要する・・・2 個, 1 個</p> <p>・時速, 分速, 秒速    ・1 時間=60 分    ・数直線    ・1 時間で 180km 進む速さ    ・<math>180 \div 60 = 3</math></p>		

<p>【問題】</p> <p>756kmの道のりを3時間で走る新幹線 A と 496kmの道のりを 2 時間で走る新幹線 B では、 どちらが速いでしょうか。</p> <p>○計算や言葉でまとめましょう。 ○読んだ人が分かるように、くわしく説明を書きましょう。</p> <p><math>756 \div 3 = 252</math> <math>496 \div 2 = 248</math></p> <p>根拠</p> <p>まず、1 時間あたりをばくは求めるので <math>756 \div 3</math> と <math>496 \div 2</math> になりました。計算をしたら、252 と 248 になって、1 時間あたり 252km、1 時間あたり 248km になったので、A の新幹線の方が速いと思います。</p> <p>『十分に満足できる』状況と判断される ⇒根拠があり、<b>単位量当たりの大きさの意味を表す「1 時間あたり 252km」の表現がある。</b></p>	<p>時速 80km の速さで 3 時間移動したときの距離を求める問題</p> <p>まず、数直線で見えて答えを出します。</p>  <p>1 時間から 3 時間にするには 3 倍します だから、80km から □km にするのも 3 倍すると答えが出ると考えられます。 式 <math>80 \times 3 = 240</math> だから、240km です。</p> <p>根拠</p> <p>『おおむね満足できる』状況と判断される ⇒根拠はあるが、<b>単位量当たりの大きさの意味を表す表現（1 時間あたり 80km）が不足している。</b></p>
---	---

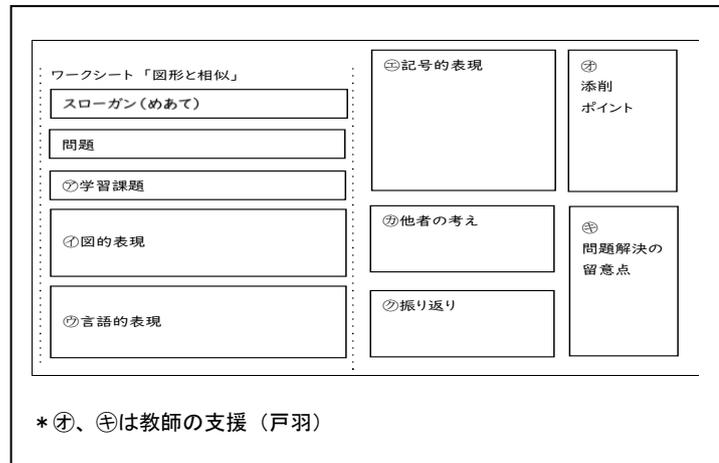
【図 3】説明することに関する判定の例 後藤（2019）の先行研究より

本研究では、後藤（2019）の先行研究を参考に、事前・事後テスト、ワークシート（課題編）、

検証授業において、根拠の有無や不可欠な数学的な表現をリストアップして評価基準を作成し、生徒の「数学的な表現を用いて説明する力」の変容を観察していく。

### ③説明する力を高める手立てとしてのワークシートについて

戸羽（2014）は、数学的に表現する力を高めることを目指し、【図4】にあるようなワークシートを用いたノート指導や学習活動の工夫をした。ワークシートには、数学的な表現を用いて事柄が成り立つ理由を説明する問題が位置付けられており、生徒が【表1】にある数学的な表現様式の働きを意識しながら問題を解決していくように工夫されている。



【図4】左側のワークシートでは、

【図4】ノートの項目例（左半分にはワークシートを貼付）

「㊦学習課題」を「㊧図的表現」によって図形化、単純化し、㊧を「㊨言語的表現」で説明することで、学習課題を明確に把握できるようにしていると考えられる。図形化、単純化は数学的な見方・考え方の一つであり、学習課題を明確に把握しようとすることは主体的な学びにつながるものである。使用方法としては、ノートの左半分にワークシートを貼り、右半分には問題解決の過程を「㊩記号的表現」でまとめ、「㊫他者の考え」を記入し、気付いたこと、新たな発見など、理解の深まりについては「㊭振り返り」に記入する。見開き1ページに図的表現、言語的表現、記号的表現の流れで問題を解決することで、思考の過程が一目で分かるようまとめられている。この実践を行った戸羽は、工夫したワークシートを用いて、数学的な表現様式に着目して問題を解決する授業は、数学的に表現する力を高めるために有効な手立てであったと述べている。本研究では、戸羽の先行研究を参考に、検証授業において、生徒が学習課題を図的表現によって図形化、単純化して、学習課題を明確に把握できるようにワークシートを工夫していく。

また、大分県教育委員会では、算数・数学の学習で説明する力を伸ばす基本形（【表4】）と説明の基本形づくりのワークシートの例（【図5】）を作成している。【表4】の説明する力を伸ばす基本形では、事実、方法、理由の三つの場合の説明の基本形を提示しており、それぞれの場合で説明の過程がまとめられている。

【表4】算数・数学の学習で説明する力を伸ばす基本形

A 事実を説明する場合の形	B 方法を説明する場合の形	C 理由を説明する場合の形
①新たな条件から方針を明確にする。 ②変わる部分と変わらない部分を整理し、計算等を行う。 ③答えにつながる計算や説明をする。 ④答えを導き出す。	①表・式・グラフ等の中から用いるものを明確にする。 ②用いるものをもとに方針を立て、分析する。 ③用い方を説明する。	①根拠となる表・式・グラフを選択し、方針を明確にする。 ②取り出した情報を整理し、計算等を行う。 ③答えにつながる計算や説明をする。 ④答え（結論）を導き出す。

これらの先行研究を踏まえ、本研究における「思考を整理するワークシート」は、【表4】の説明する力を伸ばす基本形を基に、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階の枠を設け、問題解決の過程が整理できるように工夫したものである。また、数学的な表現を用いて、事柄が成り立つ理由を説明する問題や問題解決の方法を説明する問題を位置付ける。

## (2) 検証の視点について

本研究では、以下の二つの視点を基に検証していく。

- ① 数学的な表現の働きについての理解が深まったか。
- ② 思考を整理するワークシートが、問題解決の理由や方法を数学的な表現を用いて説明するために有効であったか。

**説明の基本形づくり (方法を説明する例：中学校数学)**

**【問題】**  
 太郎さんは、数当てゲームを行うために、次の手順を考えました。最初に決めた数を  $a$  とし、裏ページの手順にしたがって計算すると、次のようになります。

<b>手順</b> ① 最初に決めた数を $a$ とする。 ② ①で決めた数に19をかける。 ③ ②の結果から5をひく。 ④ ③の結果を2で割る。 ⑤ ④の結果に14をたす。	最初に決めた数を $a$ とする。 ① $a \times 19 = 19a$ ② $19a - 5$ ③ $(19a - 5) \div 2 = 9.5a - 2.5$ ④ $(9.5a - 2.5) + 14 = 9.5a + 11.5$
--	---

この表でゲームは、手順通りに決めた数(⑤の結果)を覚えて、最初決めた数  $a$  とすると、手順通りに決めた数は  $9.5a + 11.5$  になります。手順通りに決めた数(⑤で決めた数)を覚えて、最初決めた数  $a$  を出てくる遊びです。に決めた数  $a$  を出てくる方法を説明しなさい。

<b>用いるもの</b>	まず、この問題を解決するのに用いるものは
<b>方針</b>	です。 次に、
<b>分析</b>	そこで、 なので、
<b>用い方</b>	だから、

**【用いるもの】** まず、この問題を解決するのに用いるものは 手順通りに求めた数  $9.5a + 11.5$  です。

**【方針】** 次に、手順通りに求めた数  $9.5a + 11.5$  から  $a$  を求める方法を考えます。

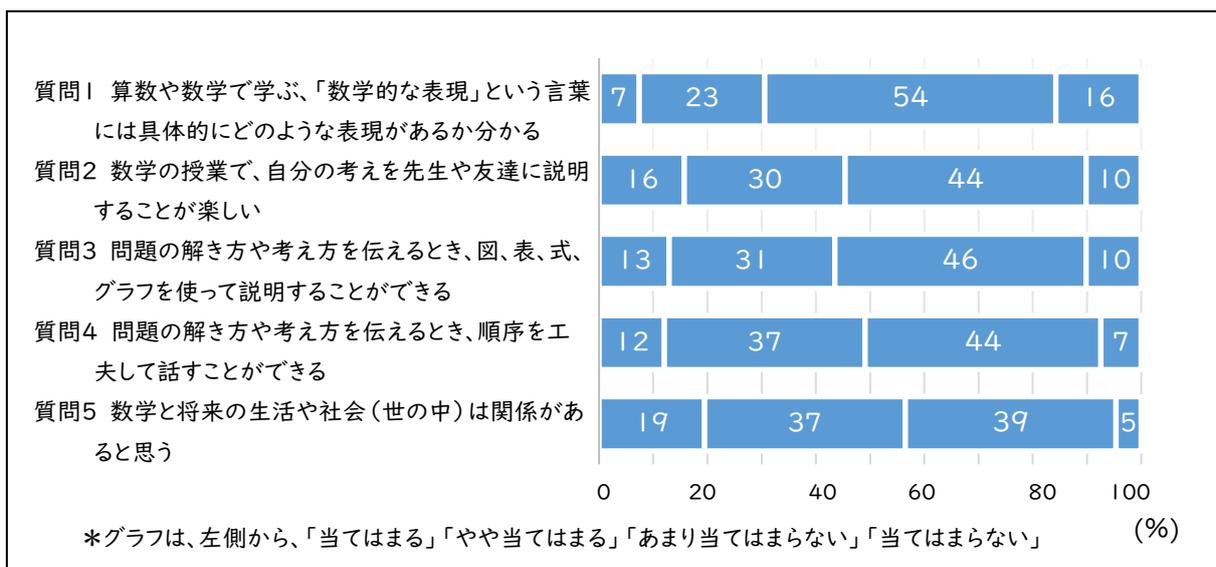
**【分析】** そこで、 $9.5a + 11.5$  は  $a$  を5倍して10をたした数なので、  
だから、最初に決めた数  $a$  は、手順通りに求めた数から10をひいて、5でわれば求められます。

【図5】説明の基本形づくりのワークシートの例

## 7. 研究の実際

### (1) 数学的な表現を用いて説明することに関する事前調査

所属校において、第3学年を対象に数学の授業に関する事前調査(6月17日実施 回答総数108)を行った。【図6】の事前アンケート結果(生徒)によると、質問1の「数学的な表現」の認識について肯定的な回答をした生徒は30%であることから、問題解決の過程において何が数学的な表現に当たるかを認識している生徒は少ないことが分かる。また、肯定的な回答をした30%の生徒についても、大多数が、数学的な表現の具体例として、 $x$ 、 $y$  や分数などの記号的表現や、比例、同様に確からしいなどの言語的表現を挙げており、式や表、グ



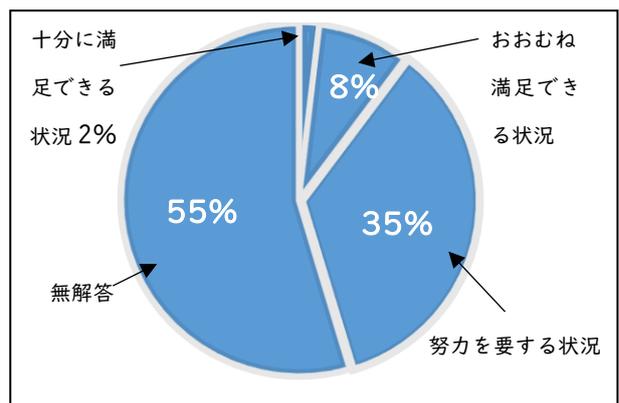
【図6】事前アンケート結果(生徒)

ラフが数学的な表現であると認識していないことが分かる。また、質問 2~4 の説明することについて肯定的な回答をした生徒は約 50%であった。そのため、生徒の実態を踏まえ、授業において、分かりやすく説明するために必要なことを確認する場面や他者に説明する場面を設ける必要がある。

また、関数領域における「数学的な表現を用いて説明する力」の実態を調査するために求め方を説明する問題を出題した。これは、二つの冷蔵庫 A、B について、本体価格と 1 年間当たりの電気代を提示し、1 年間当たりの電気代が常に一定であるとして、総費用が等しくなる時の使用年数の求め方を説明する問題である。【図 7】は後藤（2019）の先行研究と、平成 31 年度全国学力・学習状況調査解説資料を参考にして作成した評価基準である。【図 8】は評価基準を基にした実態調査結果であり、無解答の生徒が半数を超えていることが分かる。一次関数の利用についての理解不足のみならず、数学における「求める方法を説明する」という問いに対して、不慣れであることも要因の一つであると考えられる。そのため、思考を整理するワークシート課題編で、一次関数の学習内容を復習できるようにする必要がある。また、満足できる状況にある生徒は 10%であることから、6 月段階で数学的な表現を用いて説明する力が身に付いている生徒は少ないことが分かる。

A	B	C
「十分に満足できる」状況と判断される	「おおむね満足できる」状況と判断される	「努力を要する」状況と判断される
<b>I 見通し 用いるもの</b> ・使用年数と総費用の関係を表した式またはグラフ <b>II ステップ</b> (結論につながる計算や説明) ・連立方程式を解く または 交点の座標を読み取る <b>III 結論</b> ・使用年数を求める または 直線の交点から使用年数を読み取る 以上、I～IIIの3つについての記述がある。	・ I または III のいずれか 1 つが欠けている。 ・ II はある。	・ I、II、III のうち 1 つの記述、 ・ 式のみ
<数学的な表現> ○使用年数と総費用の関係 または 具体的な式      ○値を読み取る ○連立方程式をつくる または 1次関数のグラフに表す ○連立方程式を解く または 交点の座標を読み取る		

【図 7】 事前テスト及び事後テストの評価基準



【図 8】 事前テスト結果

## (2) 思考を整理するワークシート（課題編）による変容観察

### ①課題編②、⑧を基にした分析

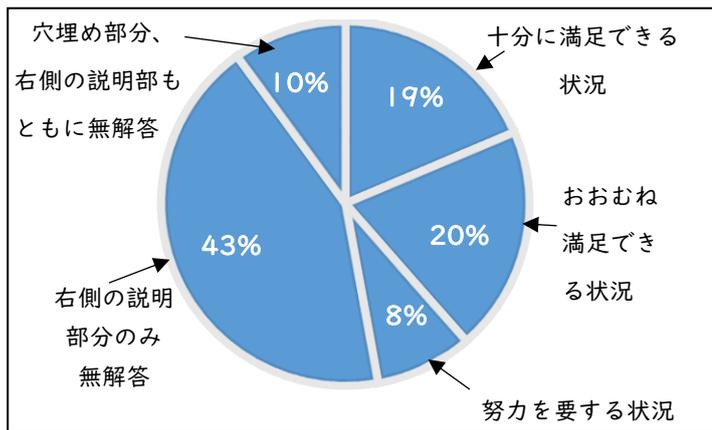
6 月下旬に思考を整理するワークシート課題編②で理由を説明する問題に対する生徒の実態を調べた。【図 9】は、課題編②の実際の解答欄で、【図 10】は評価基準を基に評価した結果をまとめたものである。左側の説明の準備の欄がない事前テストは、【図 8】で示しているように、満足できる状況にある生徒は 10%であったが、説明の準備の欄がある課題編②では 39%であった。

～説明の準備をしよう～ ※		※「説明の準備」を基に説明しよう。 (図を線で囲んで説明に使おう)
見通し 用いるもの	図形を見て、式が表す意味を考える	
ステップ1	① 12は、正方形を [ ] 個つくるときに [ ] を表す	
ステップ2	② 8は、正方形の個数を 1個 [ ] とときに使う [ ] を表す	
ステップ3	③ 正方形 n個のうち、左端の1個を除いた正方形の個数は、 [ ] 個と表せる	
ステップ4	④ [ ] は正方形を (n-1) 個増やすときに必要なご石の数を表す	
結論	12+8(n-1) は正方形を n個つくるときに必要なご石の数を表す	【説明】
[ ] に当てはまることばや式 式  ご石の数  増やす  n  1  12+8(n-1)  n-1  8(n-1)		

【図 9】 課題編②の解答欄

また、事前テストでは55%の生徒が無解答であったが、課題編②においては、穴埋め部分も右側の説明部分も無解答であるのは10%であり、45ポイント減少した。このことから、自分で最初から説明を書くとき「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階で順序立てて考える左側の「説明の準備」は有効であったと言える。一方で、左側の「説明の準備」の穴埋め部分は解答しているが、右側の自分で説明する部分が無解答の生徒は43%であることから、関数領域以外においても、自分で最初から説明を書くことが苦手であることが分かる。

9月上旬、課題編⑧（【図11】）において、二つの電話料金プランで使用料金が等しくなる通話時間を求める問題を出題した。これは、事前テストの類題であり、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」のうち、「ステップ」は自分で書き、他の二つは穴埋め形式のものである。【図7】と同様に評価基準を作成し、評価した結果を【図12】に示す。事前テストでは、満足できる状況と判断される生徒は10%であったが、課題編⑧では44%であった。これは、穴埋め部分があり、通話時間が整数値で答えることができる問題であったことや、課題編において「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階の枠で問題に取り組んできたことが要因であると考えられる。



【図10】 課題編②の結果

【次問数の利用】携帯電話料金について、ある電話会社には次のようなプランがあります。基本料金と通話料金の合計が、使用料金です。はなごさんは、どちらのプランにしようか迷っています。そこでお兄さんと話をして、1ヶ月の通話時間が  $x$  分のときの使用料金を  $y$  円として、AプランとBプランの使用料金を比べてみることにしました。

	Aプラン	Bプラン
基本料金(1ヶ月)	4000円	3000円
通話料金(1分あたり)	20円	50分まで無料通話 50分過ぎると1分60円

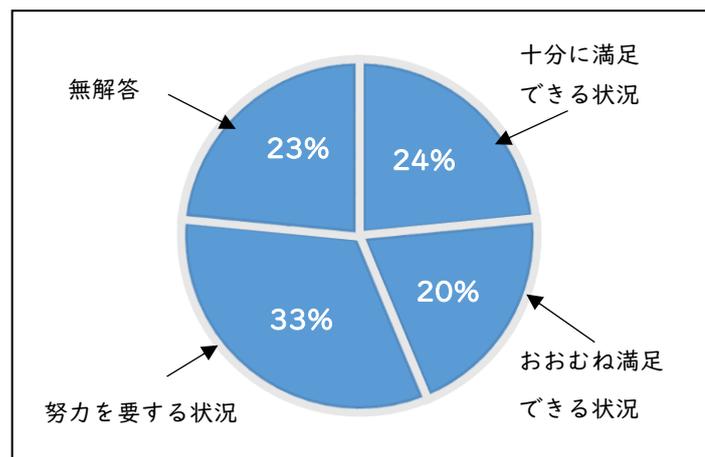
\*使用料金は、基本料金と通話料金を合計した料金のこと

はなごさん 「基本料金はAプランの方が高いので、最初のうちはBプランよりAプランの方が使用料金が安いね。」  
 お兄さん 「1分あたりの通話料金はAプランの方が安いので、通話時間が長くなると、BプランよりAプランの方が使用料金が安くなるね。」  
 はなごさん 「それなら、2つのプランの使用料金が等しくなるときがあるね。」  
 はなごさんは、「2つのプランの使用料金が等しくなるときがあるね。」と言っています。AプランとBプランの使用料金が等しくなる通話時間を求めなさい。ただし、求めた方法も説明しなさい。

【 】に当てはまることは  使用料金  通話時間  基本料金

見通し 用いるもの	それぞれのプランの通話時間と【 】の関係を表すグラフを用いる
ステップ	
結論につながる 説明	
結論	よって、AプランとBプランの使用料金が等しくなる通話時間は、_____分である

【図11】 課題編⑧の問題



【図12】 課題編⑧の結果

②課題編④、⑩を基にした記述による生徒の変容

i 事前テストで「A」と判断された生徒について

<p>課題編④ (7/10) 評価「A」</p> <p>【証明】</p> <p>厚さが一定だから、 面積は <u>重さ</u> に <u>比例</u> する。 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y</math> cm<sup>2</sup>とすると、 <math>y = \underline{6x}</math> という式で表すことができる。 (イ)の <u>重さ</u> を量り、式の <u><math>x</math></u> に <u>代入</u> して計算し、<u><math>y</math></u> の値を求める。 求めた <math>y</math> の値が、(イ)の <u>面積</u> である。</p>	<p>課題編⑩ (11/6) 評価「A」</p> <p>【説明】</p> <p>アルミ板の厚さが一定だから、 面積と重さは比例するはずである。</p> <p>見通し 用いるもの</p> <p><math>y</math>を面積、<math>x</math>を重さとする、 <math>y = 5x</math> となる</p> <p>ステップ</p> <p>あとは(イ)の重さを量り、<math>x</math>に代入すると、 面積を求められる。</p> <p>結論</p>
---	---

【図 13】 事前テストで「A」と判断された生徒の解答例

【図 13】は、事前テストで「A」と判断された生徒の解答である。課題編④と⑩は、ともに比例を利用して複雑な形のアルミ板の面積を求める方法を説明する問題である。この生徒は、課題編⑩では、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」があることから、「十分に満足できる」状況と判断される。課題編④⑩ともに「十分に満足できる」状況と判断されることから、穴埋め形式と自分で説明を書く形式の解答欄の違いによる影響はないことが分かる。また、課題編④と⑩以外の課題編についても、ほとんどで「十分に満足できる」状況と判断された。

ii 事前テストで「B」と判断された生徒について

<p>課題編④ (7/10) 評価「C」</p> <p>【説明】</p> <p>厚さが一定だから、 面積は _____ に _____ する。 重さが <math>x</math>g のときの面積を <math>y</math>cm<sup>2</sup>とすると、 <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> という式で表すことができる。 (イ)の _____ を量り、式の _____ に _____ して計算し、_____ の値を求める。 求めた <math>y</math> の値が、(イ)の _____ である。</p>	<p>課題編⑩ (11/6) 評価「A」</p> <p>【説明】</p> <p>アルミ板の厚さが一定だから、 面積と重さは比例する。</p> <p>見通し 用いるもの</p> <p>重さを <math>x</math>g、面積 <math>y</math>cm<sup>2</sup>とする。(ア)の値を代入 すると <math>150 = 30a</math> <math>a = 5</math> <math>y = 5x</math> となる。</p> <p>ステップ</p> <p>(イ)の重さを量って <math>x</math>に代入すると 面積を求めることができる。</p> <p>結論</p>
---	--

【図 14】 事前テストで「B」と判断された生徒の解答例

【図 14】は、事前テストで「B」と判断された生徒の解答である。この生徒は、課題編④では、穴埋め形式である説明部分が無解答であったが、課題編⑩の解答は、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」があることから、順序立てて説明することができており、「十分に満足できる」状況と判断される。課題編においては無解答が3回分あったが、それ以外では、「十分に満足できる」状況や「おおむね満足できる」状況であった。

### iii 事前テストで「C」と判断された生徒について

<p>課題編④ (7/10) 評価「C」</p> <p><b>【証明】</b> 厚さが一定だから、 面積は <u>重さ</u> に <u>比例</u> する。 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y</math> <math>\text{cm}^2</math> とすると、 <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> という式で表すことができる。 (イ) の <u>重さ</u> を量り、式の <u>        </u> に して計算し、<u>        </u> の値を求める。 求めた <math>y</math> の値が、(イ) の <u>        </u> である。</p> <p style="text-align: center;">*ステップと結論が不足している</p>	<p>課題編⑩ (11/6) 評価「B」</p> <p><b>【説明】</b> アルミ板の厚さが一定だから、 重さに比例する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">見通し 用いるもの</div> <table style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">重さを <math>x</math>、面積を <math>y</math> とすると、</td> <td rowspan="5" style="border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">ス テ ッ プ</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"><math>150 = 30a</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"><math>30a = 150</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"><math>a = 5</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"><math>y = 5x</math> と表すことができる。</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">*結論が不足している</p>	重さを $x$ 、面積を $y$ とすると、	ス テ ッ プ	$150 = 30a$	$30a = 150$	$a = 5$	$y = 5x$ と表すことができる。
重さを $x$ 、面積を $y$ とすると、	ス テ ッ プ						
$150 = 30a$							
$30a = 150$							
$a = 5$							
$y = 5x$ と表すことができる。							

【図 15】 事前テストで「C」と判断された生徒の解答例①

【図 15】は、事前テストで「C」と判断された生徒の解答である。この生徒は、課題編④では「努力を要する」状況、課題編⑩では「おおむね満足できる」状況と判断される。課題編⑩の解答を見ると、「見通し、用いるもの」では「重さに比例する」と記述しており、何が重さに比例するかの記述は不足しているが、「ステップ」にある「重さを  $x$ 、面積を  $y$  とすると」という言語的表現による記述から、面積は重さに比例することを理解していることが分かる。また、課題編④と⑩の記述の変容は、説明の準備を基に、数学的な表現を用いて説明することができるようになってきていることを示している。

<p>課題編④ (7/10) 評価「C」</p> <p><b>【証明】</b> 厚さが一定だから、 面積は <u>重さ</u> に <u>比例</u> する。 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y</math> <math>\text{cm}^2</math> とすると、 <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> という式で表すことができる。 (イ) の <u>重さ</u> を量り、式の <u>値</u> に <u>代入</u> して計算し、<u><math>y</math></u> の値を求める。 求めた <math>y</math> の値が、(イ) の <u>面積</u> である。</p>	<p>課題編⑩ (11/6) 評価「C」</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%; text-align: center;">見通し 用いるもの</td> <td style="width: 65%;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>・アルミ板の面積と重さの関係を表す式を 考える</li> <li>・(イ) の [ 重さ ] を量る</li> </ul> </td> <td rowspan="4" style="width: 20%; vertical-align: top;"> <p>※「説明の準備」を基に、説明しよう。</p> <p><b>【説明】</b> アルミ板の厚さが一定だから、</p> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ステップ</td> <td> <p>厚さが一定だから、面積は [     ] に [ 比例 ] する よって 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y \text{cm}^2</math> とすると <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> と表すことができる。 量った(イ)の重さの値を、求めた式の [ <math>y</math> ] に [ 代入 ] して計算する</p> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">結論</td> <td> <p>計算して求めた <math>y</math> の値が、(イ) の板の面積 である</p> </td> </tr> </table>	見通し 用いるもの	<ul style="list-style-type: none"> <li>・アルミ板の面積と重さの関係を表す式を 考える</li> <li>・(イ) の [ 重さ ] を量る</li> </ul>	<p>※「説明の準備」を基に、説明しよう。</p> <p><b>【説明】</b> アルミ板の厚さが一定だから、</p>	ステップ	<p>厚さが一定だから、面積は [     ] に [ 比例 ] する よって 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y \text{cm}^2</math> とすると <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> と表すことができる。 量った(イ)の重さの値を、求めた式の [ <math>y</math> ] に [ 代入 ] して計算する</p>	結論	<p>計算して求めた <math>y</math> の値が、(イ) の板の面積 である</p>
見通し 用いるもの	<ul style="list-style-type: none"> <li>・アルミ板の面積と重さの関係を表す式を 考える</li> <li>・(イ) の [ 重さ ] を量る</li> </ul>	<p>※「説明の準備」を基に、説明しよう。</p> <p><b>【説明】</b> アルミ板の厚さが一定だから、</p>						
ステップ	<p>厚さが一定だから、面積は [     ] に [ 比例 ] する よって 重さが <math>x</math> g のときの面積を <math>y \text{cm}^2</math> とすると <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> と表すことができる。 量った(イ)の重さの値を、求めた式の [ <math>y</math> ] に [ 代入 ] して計算する</p>							
結論	<p>計算して求めた <math>y</math> の値が、(イ) の板の面積 である</p>							

【図 16】 事前テストで「C（無解答）」と判断された生徒の解答例②

【図 16】は、事前テストで無解答であることから、「C」と判断された生徒の解答である。この生徒は、課題編④では「見通し、用いるもの」以外の記述が不足していること、課題編⑩では右側の説明部分が白紙であることから、課題編④⑩ともに、「努力を要する」状況と判断される。課題編④の解答を見ると、比例の式を記入していないことから、比例についての理解が不足していることが分かる。また、課題編⑩では、左側の穴埋め形式の説明の準備は数か所解答しているが、比例の式を記入しておらず、右側の自分で説明を書く部分は無解答であった。課題編④と⑩の解答からは、穴埋め形式であれば分かるところを記入していこうとする意

欲は見られるが、比例の理解が十分ではなく、自分で説明を書くまでは到達していない状況であることが分かる。

### (3) 予備授業

#### ① 予備授業の分析

対象	第3学年 3クラス
実施時期	令和2年9月10日、15日
単元	二次方程式
題材	二次方程式の利用
ねらい	長方形の土地と道幅に関する問題について、思考を整理するワークシートで図や式を用いて見通しをもつことにより、花畑や道の面積に着目して方程式をつくり、道の幅を求めることができる。

【図17】は、予備授業で用いたワークシートである。生徒は予備授業までに思考を整理するワークシート（課題編）において、穴埋め形式で「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階で考えて8問の問題に取り組んできた。穴埋めではない形式は初めてであったため、「見通し、用いるもの」「ステップ」

【図17】 予備授業で用いた思考を整理するワークシート（別冊資料P6）

「結論」のそれぞれの役割を説明し、問題解決に取り組んだ。予備授業について、検証の視点を基に、以下のように分析した。

#### i 数学的な表現（式）の働きについての理解が深まったか

予備授業で取り組んだ問題は、花畑の面積に着目するか道の面積に着目するかで見通しが異なる場合や見通しが同じで立式が異なる場合があり、多様な立式が考えられる。また、異なる立式でも、 $ax^2 + bx + c = 0$  の形に変形すると、同じ式で表現できることに気付かせ、形式的な操作や一般化して表すことが可能である式の働きについて理解を深めさせることができる問題である。

生徒の振り返りでは、事前テストにおけるA、B、Cの各層で、形式的な操作によって同じ形で表すことができる式の働きについて【図18】のような記述が見られた。

【図18】 予備授業の生徒の振り返り

【図18】のような記述が見られた。このような記述をした生徒については、数学的な表現（式）についての理解が深

まったと言える。しかし、授業展開において、数学的な表現の働きについて実感させるような場が少なかった。このことから、関数領域で行う検証授業では、生徒が表、式、グラフを関連付けて課題を解決したり、判断の根拠としてどの数学的な表現を用いるか選択したりするなどの具体的な場面を設定し、数学的な表現の働きについての理解を深めさせる必要がある。

## ii 思考を整理するワークシートが、問題解決の見通しを立てることに有効であったか

授業では「見通し、用いるもの」について、個人で記入する時間を設け、その後全体で発表させ確認した。最初の個人で記入する場面では、約70%の生徒に、問題文から分かる値を箇条書きにしたり、図に表したりする様子が見られた。

生徒の振り返りを見ると、特に、事前テストで「B」と判断された生徒については、「問題を解くことは、頭の中だけではなく、書き出すことも大切だと分かった」「プリントを使って、順序良く解くことができた」「見通しをプリントにまとめることで、より簡単に解けることが分かった」など、見通しを立てられたかどうか留まらず、ワークシートを用いて見通しを立てることの有効性について記述していた。また、事前テストで「C」と判断された生徒の振り返りには、「見通しを立てられた」「自分で式をつくるようになった」「見通しをもち計算ができた」との記述があり、情報を整理したり、分かっていることを図に表したりすることや立式までたどり着くことができた生徒がいた。

以上のことから、予備授業において、思考を整理するワークシートが問題解決のための見通しを立てることに有効であったと言える。

## ②検証授業に向けて

予備授業を踏まえ、検証授業①～④において数学的な表現の働きについて実感できるような具体的な場面を設け、【表5】に示したねらいで検証授業を行う。

【表5】 検証授業（関数 $y = ax^2$ の利用）について

	ねらい	関わりのある数学的な表現の働き
検証授業① 10月15日 16、19日	放物線と直線の交点と原点でできる三角形の面積について、x軸やy軸の一部分を一辺とする三角形に着目することによって、頂点の座標を基に求めることができる。	<p>式 2数の関係を一般的に表現</p> <p>グラフ 式で表された関係を図形化</p>
検証授業② 10月16日 19、21日	長方形と台形が重なる部分の面積について、重なった部分の形の変化で場合分けし、伴って変わる2つの数量関係を式や表に整理することによって、変化の様子をグラフに表すことができる。	<p>表 変化の規則性を示唆</p> <p>式 2数の関係を一般的に表現</p> <p>グラフ 変化の様子を視覚化</p>
検証授業③ 10月21日 22日	自動車の時速と停止距離の問題において、自動車の時速と空走距離、制動距離の関係について表から関数関係を見いだすことによって、課題を解決し、その理由を数学的な表現を用いて説明することができる。	<p>表 変化の規則性を示唆</p> <p>式 2数の関係を一般的に表現</p> <p>どのような値に対しても他方の値を求められる</p>
検証授業④ 10月22日 23、27日	荷物を送るときの代金が最も安くなるときの業者の選択方法を、荷物の重さと代金の関係に着目して考えることにより、グラフなどの数学的な表現を用いて説明することができる。	<p>表 作成しやすい</p> <p>変化の規則性を示唆</p> <p>式 2数の関係を一般的に表現</p> <p>グラフ 変化の様子を視覚化</p>

#### (4) 検証授業

##### ①検証の視点「数学的な表現の働きについての理解が深まったか」を基にした分析

###### i 事前テストで「A」と判断された生徒について

事前テストで「A」と判断された生徒の振り返りを【表6】に示す。授業中の取組からは、本時の課題に対して行き詰る様子は見られず、じっくり考え、学習内容をしっかりと理解していた様子が見られた。解を求めることはすでにできる状況であったと考えられるが、検証授業②の振り返りからは、課題を解決する上で、表や式のよさを感じたことが分かる。また、検証授業③では、表を縦に見ることで比例の関係をすぐに見つけていたが、制動距離が時速の2乗に比例することを見つける場面では、しばらく考えた後、表を横に見る方法について理解した様子が見られた。検証授業③の様子や振り返りからは、表を横に見ることで関数関係を見つけやすくなったことが分かる。

【表6】事前テストで「A」と判断された生徒の振り返り

	分かったこと、できるようになったこと
検証①	等積変形を使ったやり方がとても簡単にできた。
検証②	図や表、式を使うとすごく分かりやすい。
検証③	関数関係がすぐに分かるようになった。
検証④	いろんなグラフがあることが分かった。関数についてよく考えられた。

###### ii 事前テストで「B」と判断された生徒について

事前テストで「B」と判断された生徒の振り返りを【表7】に示す。検証授業①の振り返りからは、座標平面上の放物線と直線の交点、原点で囲まれた三角形の面積を求める際に、y軸に平行な直線を利用すると、面積が求めやすくなることを理解したことが分かる。

【表7】事前テストで「B」と判断された生徒の振り返り①

	分かったこと、できるようになったこと
検証①	平行線を上手く使うこと。
検証②	グラフを使って求めること。
検証③	表からそれぞれの式を求めること。
検証④	グラフの縦の線を書かないこと。

このことから、数学的な表現のうちの図的表現の働きについての理解が深まったと言える。また、検証授業②の振り返りからは、グラフの値を正確に読み取ることができることに着目し、式を利用するときよりも簡単に値を求められること、検証授業③の振り返りからは、表を横に読み取ることによって比例関係を見だし、比例や2乗に比例する関数の式を求めることを理解したことが分かる。このことから、数学的な表現のうちグラフや表の働きについての理解が深まったと言える。

【表8】事前テストで「B」と判断された生徒の振り返り②

【表8】に、【表7】とは別の生徒の振り返りを示す。検証授業②の振り返りからは、図や表、式を関連付けて考えることを理解できたことが分かる。また、検証授業③の振り返りからは、【表7】に示した生徒と同様に、数学的な表現のうち、表の働きについての理解が深まったことが分かる。

	分かったこと、できるようになったこと
検証①	底辺や高さ(の値)が分からないものでも解けるようになった。
検証②	図や表、式など今、自分に分かっていることを用いて求める方法。
検証③	表を見て、関数の式を導き出すこと。
検証④	階段状のグラフでの式の表し方。

### iii 事前テストで「C」と判断された生徒について

事前テストで「C」と判断された生徒の振り返りを【表9】に示す。検証授業②では、台形が移動し長方形と重なる部分の図形について、直角二等辺三角形から台形に形が変化することは理解していたが、具体的な面積の値を求めるところで考え込む様子が見られた。しかし、教え合いの場面で、斜め後ろの生徒が実際に長方形と台形を動かして見せると、辺の長さの変化と面積の変化を正しく捉え、表にまとめることができた。その後、座標平面上に点を取り、グラフの作成、立式とつなげていた。検証授業②の様子と振り返りからは、友人との協働的な学習の後、思考を整理するワークシートを用いて順序立てて考えたこと、図を基に変化の様子を捉えることができたことが分かる。また、検証授業③④の振り返りからは、数学的な表現である表やグラフの働きについての理解が深まったことが分かる。

【表10】に、【表9】とは別の生徒の振り返りを示す。検証授業③の振り返りは、表を縦や横に読み取り、関数関係を見いだして立式につなげたことを意味している。このことから、数学的な表現である表の働きについての理解が深まったことが分かる。また、【表9】【表10】に示した生徒以外の振り返りには、「図、表、式の活用の仕方が分かった」「グラフを使い関数の式を求めることができた」「表から、2乗の式を見つけ出すことができた」などの数学的な表現に関する記述が見られた。

以上のことから、各層の抽出生徒については、【表5】に示した表、式、グラフの働きと異なる部分はあるが、数学的な表現の働きについて理解が深まったと言える。

## ②検証の視点「思考を整理するワークシートが、問題解決の理由や方法を数学的な表現を用いて説明するために有効であったか」を基にした分析

### i 事前テストで「A」と判断された生徒について

<p>(検証授業前 6/17)</p> <p>冷蔵庫A、Bにかかる費用は、<math>x</math>を使用年数、<math>y</math>を総費用としたとき</p> <p>A: <math>11000x + 100000 \rightarrow y = 11000x + 100000</math></p> <p>B: <math>6500x + 150000 \rightarrow y = 6500x + 150000</math></p> <p>これらを連立方程式で求めた時、その答えが使用年数となる。</p>	<p>(検証授業④ 10月下旬)</p> <p>K宅急便は 8kgは1100円</p> <p>17kgは1600円      8kgはK宅急便の1100円</p> <p>S急便は 8kgは1200円      17kgはS急便の1500円</p> <p>17kgは1500円      1100 + 1500</p> <p style="text-align: right;">代金は <u>2600円</u></p>
--	---

【図19】事前テストで「A」と判断された生徒の解答例

【表9】事前テストで「C」と判断された生徒の振り返り①

	分かったこと、できるようになったこと
検証①	2つに分けて計算することが大事。
検証②	図などを利用して考えること。
検証③	表の読み取り。
検証④	グラフを見ながら解くこと。

【表10】事前テストで「C」と判断された生徒の振り返り②

	分かったこと、できるようになったこと
検証①	等積変形のやり方。
検証②	変域が変わるときの求め方。
検証③	表から読み取って式をつくること。
検証④	関数のグラフには、階段状になるものがあること。

検証授業④の練習問題は、代金が最も安くなるときの業者の選び方の説明とそのときの代金を求める問題である。記号的表現を用いて簡潔に情報をまとめ、荷物の重さに応じ選んだ過程は記述しているが、「見通し、用いるもの」や「ステップ」において「～の方が安い」などの言語的表現が不足している。数学が得意な生徒にこのような解答が見られる傾向があることから、相手に分かりやすく筋道を立てて説明することについて、継続した指導が必要である。

## ii 事前テストで「B」と判断された生徒について

<p>(検証授業前 7/10)</p> <p><b>【説明】</b></p> <p>厚さが一定だから、 面積は <u>重さ</u> に <u>比例</u> する。 重さが <math>xg</math> のときの面積を <math>ycm^2</math> とすると、 <math>y = \underline{\hspace{2cm}}</math> という式で表すことができる。 (イ)の <u>        </u> を量り、式の <u>        </u> に して計算し、<u>        </u> の値を求める。 求めた <math>y</math> の値が、(イ)の <u>        </u> である。</p>	<p>(検証授業④ 10月下旬)</p> <table border="1"> <tr> <td>見通し 用いるもの</td> <td>説明に用いるものは、荷物の重さと <u>代金</u> の関係を表したグラフです</td> </tr> <tr> <td>ステップ ↓</td> <td>荷物が4kgの場合、K宅急便は <math>y=900(2 \leq x \leq 5)</math> で900円、 S急便は <math>y=800(0 \leq x \leq 5)</math> で800円となり、S急便の方が安い。 荷物が13kgの場合、K宅急便は <math>y=1400(10 \leq x \leq 15)</math> で1400円 S急便は <math>y=1500(10 \leq x \leq 20)</math> で1500円となり、K宅急便の方が安い</td> </tr> <tr> <td>結論</td> <td>よって、4kgの荷物を <u>S急便</u> に頼んで <u>800円</u>、 13kgの荷物を <u>K宅急便</u> に頼んで <u>1400円</u> とすると、 代金が <u>2200円</u> で、最も安くなる。</td> </tr> </table>	見通し 用いるもの	説明に用いるものは、荷物の重さと <u>代金</u> の関係を表したグラフです	ステップ ↓	荷物が4kgの場合、K宅急便は $y=900(2 \leq x \leq 5)$ で900円、 S急便は $y=800(0 \leq x \leq 5)$ で800円となり、S急便の方が安い。 荷物が13kgの場合、K宅急便は $y=1400(10 \leq x \leq 15)$ で1400円 S急便は $y=1500(10 \leq x \leq 20)$ で1500円となり、K宅急便の方が安い	結論	よって、4kgの荷物を <u>S急便</u> に頼んで <u>800円</u> 、 13kgの荷物を <u>K宅急便</u> に頼んで <u>1400円</u> とすると、 代金が <u>2200円</u> で、最も安くなる。
見通し 用いるもの	説明に用いるものは、荷物の重さと <u>代金</u> の関係を表したグラフです						
ステップ ↓	荷物が4kgの場合、K宅急便は $y=900(2 \leq x \leq 5)$ で900円、 S急便は $y=800(0 \leq x \leq 5)$ で800円となり、S急便の方が安い。 荷物が13kgの場合、K宅急便は $y=1400(10 \leq x \leq 15)$ で1400円 S急便は $y=1500(10 \leq x \leq 20)$ で1500円となり、K宅急便の方が安い						
結論	よって、4kgの荷物を <u>S急便</u> に頼んで <u>800円</u> 、 13kgの荷物を <u>K宅急便</u> に頼んで <u>1400円</u> とすると、 代金が <u>2200円</u> で、最も安くなる。						

【図20】事前テストで「B」と判断された生徒の解答例

この生徒は、事前テストの解答で総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明する際、計算をしたときに整数値が出なかったため、「解けない」と結論付けていた。【図20】左側では、穴埋め形式でも言葉を当てはめることができていなかったが、検証授業④のステップの部分では、どちらの業者を選択するかについて、式や変域などの記号的表現や言語的表現を用いて筋道を立てた説明をしており、数学的な表現を用いて説明する力が高まったことが分かる。

## iii 事前テストで「C」と判断された生徒について

<p>(検証授業前 6/17)</p> <p>A: <math>y = 100000 + 11000x</math> B: <math>y = 150000 + 6500x</math></p>	<p>(検証授業④ 10月下旬)</p> <p>グラフを見ると、<math>x</math> が8のときに対応する <math>y</math> の値はK宅急便の方が小さいことが分かる。また、<math>x</math> が17のときはS急便の方が小さいことが分かる。 よって、8kgの荷物をK宅急便に頼んで1100円 17kgの荷物をS急便に頼んで1500円とすると 代金は2600円で最も安くなる。 <u>代金は2600円</u></p>
---	---

【図21】事前テストで「C」と判断された生徒の解答例

この生徒は、【図21】左側では、総費用が等しくなる使用年数を求める立式のみの記述であったが、検証授業④の練習問題では、「グラフを見ると」と「用いるもの」を明記し、 $y$  の値の大小を基にどちらの業者を選択するか、言語的表現を用いて筋道を立てて説明している。

また、事前テストで「C」と判断された生徒の授業の振り返りには、説明することに関する以下のような記述が見られた。

- ・筋道を立てて考えることが分かった。(検証授業②)

- ・見通しを立てられるようになった。(検証授業③)
- ・表やグラフ、式を根拠にして説明することが分かった。(検証授業③)
- ・(ワークシートは) 数学的思考を使い、根拠を組み合わせで説明できるようになっていてとても分かりやすい。(検証授業③)

これらの記述から、根拠として数学的な表現である表、式、グラフを用いることができることや、筋道を立てて説明することについて理解を深めていることが分かる。

また、上記の振り返りの他に以下のような個人内での理解の深まりが分かる記述があった。

- ・座標を読み取れるようになった。(検証授業①)
- ・座標を利用して図形(の面積)を求めるのが嫌いだったけど、解き方が理解できてよかった。(検証授業①)

- ・座標の求め方が前まで分からなかったが、分かった。(検証授業①)
- ・図に表された座標を式で求められるようになった。(検証授業①)
- ・グラフのかき方が分かった。(検証授業②)

これらの記述から、思考を整理するワークシートを用いた授業を通して、これまでの学習内容の理解が十分ではなかった生徒が、解き方が分かり、できる喜びを実感した様子が分かる。これは、図的表現で課題を捉えやすくしたり、グラフや穴埋めによる記述部分を準備した思考を整理するワークシートを用いたりしたことで、数学が苦手な生徒が、できそうなところからやってみようと意欲的に授業に臨んだことによるものであると考える。

以上のことから、事前テストで「B」「C」と判断された生徒については、6、7月の時に比べ、結論に至るまでの「見通し、用いるもの」「ステップ」等の過程において、数学的な表現を用いて、筋道を立てて説明するようになってきていることが分かる。これは、数学的な表現を用いて説明する力が高まっていることを示しており、継続的に取り組んでいるワークシート課題編や授業編による成果であると考えられる。

### ③事前アンケートと事後アンケートの比較を基にした成果と課題

6月に実施した事前アンケート及び検証授業後に行った事後アンケートの結果を【表 11】に示す。アンケート結果を基に、検証授業について以下のように成果と課題をまとめた。

#### i 成果

- 質問2「数学の授業で自分の考えを先生や友達に説明することが楽しい」という質問に肯定的な回答をした生徒の割合は、6月時点では46%であったが、検証授業後の10月では59%と13ポイントの増加となっている。事後アンケートには、「ワークシートを使うことで、友達に教えるときに説明しやすかった」等の生徒の声があった。ポイントの増加の要因は、思考を整理するワークシートに自分の考えを書き出すことによって明瞭化したこと、また、ペア学習などの協働的な学習を通して、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階を基に筋道を立てて説明するよさに気付いたことによるものであると言える。
- 質問3「問題の解き方や考え方を伝えるとき、図や表、式、グラフを使って説明するこ

とができる」という質問に肯定的な回答をした生徒の割合は、6月時点では44%であったが、検証授業後の10月では60%と16ポイントの増加となっている。増加したポイントの約9割が、事前テストで「C」と判断された生徒であった。また、生徒全体の25%が否定的な回答から肯定的な回答に転じた。ポイントが増加した要因は、検証授業における【表6】から【表10】の生徒の振り返りからも分かるように、図や表、式、グラフを活用する問題に取り組んだことや思考を整理するワークシートを用いて図や表、式、グラフを関連付けて考えたことによるものであると言える。

- 質問5「数学と将来の生活や社会は関係があると思う」という質問に肯定的な回答をした生徒の割合は、6月時点では56%であったが、検証授業後の10月では64%と8ポイントの増加となっている。また、追加質問の「例えば、数学はどのようなことに関係があると思うか」に対し、「数学的な表現は、整理して考えるときに使えると思った」「制動距離等のように、考えられるおおよかな結果を出すことができるということ」等の授業内容に係る記述が見られた。このことから、検証授業において、長方形と台形が重なった部分の面積を考える問題の導入部分に新幹線とトンネルの話題に触れたり、自動車の停止距離について考えたりしたことにより、数学と生活の関係性について実感した生徒が増加したことが分かる。

【表11】事前アンケート及び事後アンケートの集計結果（回答総数 6月108、10月107）

			当てはまる	やや 当てはまる	あまり当て はまらない	当てはまら ない	
1	算数や数学で学ぶ「数学的な表現」という言葉には、具体的にどのような表現があるか分かる。	6月	7%	30%	23%	54%	16%
		10月	11%	34%	23%	56%	10%
2	数学の授業で、自分の考えを先生や友達に説明することが楽しい。	6月	16%	46%	30%	44%	10%
		10月	22%	59%	37%	32%	9%
3	問題の解き方や考え方を伝えるとき、図や表、式、グラフを使って説明することができる。	6月	13%	44%	31%	46%	10%
		10月	25%	60%	35%	32%	8%
4	問題の解き方や考え方を伝えるとき、順序を工夫して話すことができる。	6月	12%	49%	37%	44%	7%
		10月	18%	54%	36%	38%	8%
5	数学と将来の生活や社会(世の中)は、関係があると思う。	6月	19%	56%	37%	39%	5%
		10月	28%	64%	36%	29%	7%

## ii 課題

- 質問1「数学的な表現」に関する質問に対し、肯定的な回答をした生徒の割合は6月時点

で30%、10月時点で34%であり、若干の増加となっている。検証授業において、数学的な表現のうちの表、式、グラフのよさ、目的に応じて選択することについて触れたが、検証授業だけでは不十分であり、日頃の授業における継続的な取組が必要である。

- 質問4「問題の解き方や考え方を伝えるとき、順序を工夫して話すことができる」という質問に対し、肯定的な回答をした生徒の割合は6月時点で49%、10月時点で54%であり、若干の増加となっている。検証授業①～④の全てにおいて、ワークシートで説明を書く活動や教え合う場面を設定したが、選択方法の説明を伝え合う場面を設定したのは検証授業④だけであった。このことから、実際に伝え合う場面が少なかったことが要因として考えられる。そのため、単元や題材を踏まえ、計画的に「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」を行う必要がある。また、順序立てて説明する言語活動については、数学科だけではなく、教科等横断的に取り組むことも必要である。

### (5) 事前テストと事後テストの結果から見られる変容

【図22】は事前テストの問題、【図23】は事後テストの問題である。事前テストは二つの冷蔵庫、事後テストは二種類の自動車についてであり、題材は異なるが、ともに総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明する問題である。評価基準を基に判断した事前テストと事後テストの結果を【図24】に示す。(評価基準は、P9【図7】参照)

<2年1次関数の問題> 2つの冷蔵庫A,Bについて、本体価格と1年間当たりの電気代は下の表のようになっている。

	冷蔵庫A	冷蔵庫B
本体価格	100000円	150000円
1年間当たりの電気代	11000円	6500円

1年間当たりの電気代は常に一定であるとすると、総費用は次のような式で求められる。

$$\text{総費用} = (\text{本体価格}) + (\text{1年間当たりの電気代}) \times (\text{使用年数})$$

例えば、冷蔵庫Aを購入して5年使用したら、総費用を求める式は、 $100000 + 11000 \times 5 = 155000$ となる。

冷蔵庫を購入してx年間使用するときの総費用をy円として、冷蔵庫AとBの総費用を比べる。2つの冷蔵庫A,Bの総費用が等しくなるときの使用年数を求める方法を説明しなさい。(具体的に使用年数を求める必要はありません)

【図22】事前テストの問題 (6月実施)

【問題】  
花子さんの家では、自動車の購入を考えています。  
購入を考えているA車(電気自動車)とB車(ガソリン車)にかかる費用について、花子さんの家での自動車の使用状況を踏まえると、右の表のようになっています。

	A車	B車
車両価格	280万円	180万円
1年間当たりの充電代・ガソリン代	(充電代) 4万円	(ガソリン代) 16万円

1年間当たりの充電代・ガソリン代が常に一定であるとすると、総費用は次のような式で表すことができます。

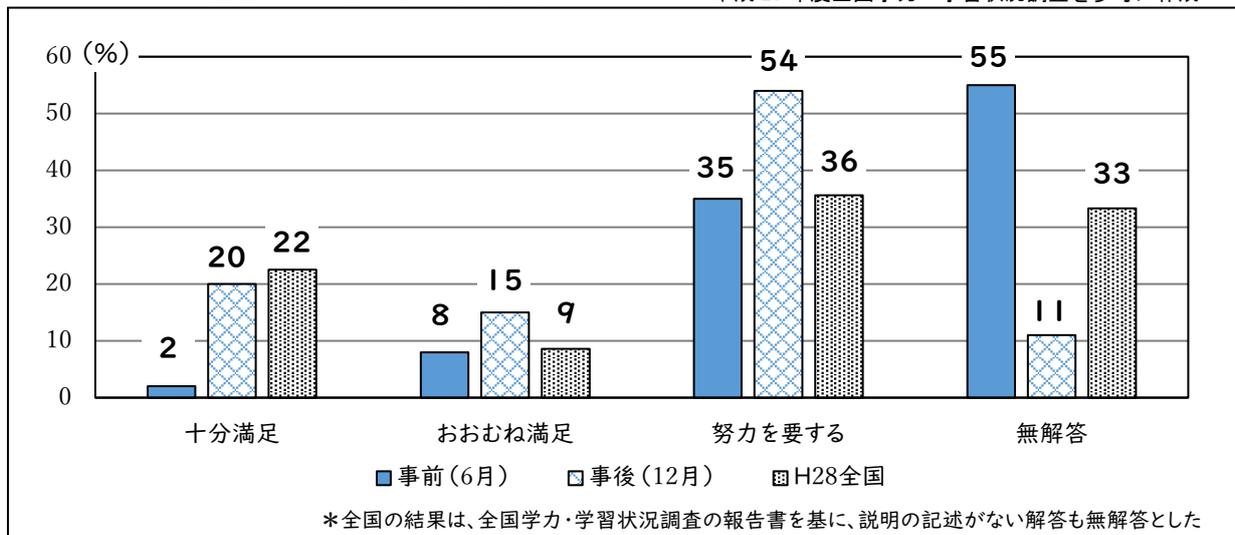
$$\text{総費用} = (\text{車両価格}) + (\text{1年間当たりの充電代・ガソリン代}) \times (\text{使用年数})$$

花子さんは、それぞれの車について、使用年数がx年するときの総費用をy万円として、A車とB車の総費用を比べようとしています。A車とB車の総費用が等しくなるときの使用年数を求める方法を説明しなさい。ただし、具体的に使用年数を求める必要はありません。

【図23】事後テストの問題 (12月実施)

\*平成31年度全国学力・学習状況調査を参考に作成

\*平成28年度全国学力・学習状況調査を参考に作成

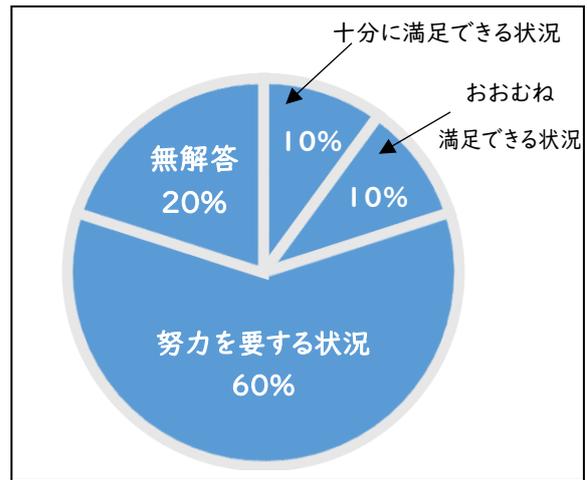


【図24】事前テスト(総数108)及び事後テスト(総数106)の結果と平成28年度全国学力・学習状況調査の結果

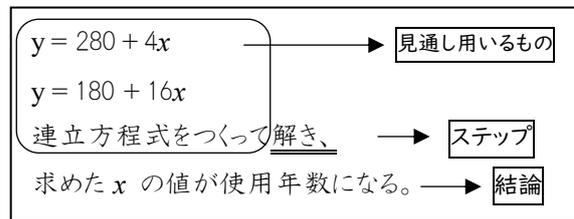
顕著な変化は、無解答率が55%から11%に減少し、「努力を要する」状況が35%から54%に変化したことである。また、事後テストの無解答率は、同じ問題における全国の無解答率の3分の1であった。【図25】は、事前テストで無解答であった生徒57名の事後テストにおける結果である。20%が満足できる状況へと変化し、60%は「努力を要する」状況と判断された。これらの生徒は、6月時点では、「求める方法を説明しなさい」という問題に対しての答え方や一次関数の利用が分からなかったり、文章題に対しての苦手意識があったりすることにより無解答の状態であった。

事前テストで無解答であった生徒の変容について述べる。【図26】は事後テストで「十分に満足できる」状況に変化した生徒の解答である。この生徒は、週末に実施してきた思考を整理するワークシート課題編に、毎回取り組むことができた。課題編は事後テストまでに19回実施し、そのうち10回は関数領域の問題を扱った。課題編の説明する問題では、「努力を要する」状況であると判断されることもあったが、穴埋めなどの出題形式によっては満足できる状況であった。また、事後アンケートでは、「見通しからの流れがあって分かりやすい」というワークシートに関する記述が見られた。これらのことから、検証授業におけるワークシート授業編やワークシート課題編に取り組む中で、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階を基に筋道を立てて説明する経験を重ねることにより、一次関数の利用についての理解を深め、数学的な表現を用いて説明する力を付けてきていることが分かる。

【表12】は、事後テストでは「努力を要する」状況と判断された生徒34名の解答類型とその人数である。解答類型①の生徒は、使用年数の求め方は理解しているが、その方法を言語的表現で表現することができず、「計算はできるが説明はできない」という状態である。解答類型②の生徒は、問題文を基に値や文字を当てはめた立式で止まっている。解答類型③の生徒は、②の生徒と同様に立式はしているが、文字式の計算



【図25】 事前テストで無解答であった生徒（57名）の事後テスト（12月実施）の結果



【図26】 事後テストの解答例（無解答→「A」）

【表12】 「努力を要する」状況と判断された生徒の解答類型

（無解答→「C」）	
解答類型	人数
① 連立方程式をつくり、それを解き、 $x$ の値は求めているが、説明の言葉がないまたは、連立方程式を使うことを記述	3人
② $y = 280 + 4x$ $y = 180 + 16x$ 上記の式のみでの解答	15人
③ $y = 280 + 4x \equiv 284x$ 等と続け、文字式の理解不足による解答	6人
④ 具体的に使用年数を当てはめ、総費用を調べる等、①②③以外の解答	10人

におけるつまずきが見られる。解答類型④の生徒は、問題文の内容は理解しており、使用年数の値を具体的に当てはめ、問題に取り組んだことが分かる。解答類型①②の生徒については、一次関数の学習内容について理解が深まってきていることは言えるが、数学的な表現を用いた説明については、今後も継続した指導が必要である。

次に、事前テストにおいて「努力を要する」状況と判断された生徒の変容について述べる。

【図 27】は、事後テストで「十分に満足できる」状況に変化した生徒の解答である。事前テストで「努力を要する」状況と判断された生徒 38 名（無解答を除く）のうち、8 名が事後テストにおいて「十分に満足できる」状況、7 名が「おおむね満足できる」状況と判断された。6 月時点では、方法の説明をどのように記述すればよいか分からないために、立式または【図 27】の「連立方程式を使う」のような言語的表現を用いて、「見通し、用いるもの」のみを記述していた。しかし、事後テストで「十分に満足できる」状況と判断された生徒たちは、記号的表現や言語的表現を用いて、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階の内容を記述しており、筋道を立てて説明することができるようになってきている。また、「結論」の不足は見られるが、「おおむね満足できる」状況と判断された生徒たちについても同様のことが言える。これらのことから、数学的な表現を用いて説明する力が高まってきていることが分かる。

<p>(事前テスト 6/17) 評価「C」</p> <p>連立方程式を使う</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 20px;">見通し 用いるもの</div>	<p>(事後テスト 12/1) 評価「A」</p> <p>使用年数 <math>x</math> 年のときの総費用を <math>y</math> 万円とすると、</p> <p>A 車は <math>y = 4x + 280</math></p> <p>B 車は <math>y = 16x + 180</math></p> <p>連立方程式をつくり、</p> <p><math>x</math>、<math>y</math> を求める。</p> <p>求めた <math>x</math> が、総費用が等しくなる時の使用年数。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 20px;">見通し、用いるもの</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 20px;">ステップ</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-left: 20px;">結論</div>
---	--

【図 27】事前テストで「C」と判断された生徒の解答例①（「C」→「A」）

【図 28】に事前テスト、事後テストともに「努力を要する」状況と判断された生徒の解答を示す。事前テストで「努力を要する」状況と判断された生徒 38 名のうち、23 名が事後テストにおいても「努力を要する」状況と判断された。【図 28】の生徒の解答からは、説明の言葉は不足しているが、事後テストでは、連立方程式を利用して使用年数を求めることを理解していることが分かる。また、数学的な表現を用いた説明については、まだ「努力を要する」状況であるが、一次関数の学習内容については理解が深まっていることが分かる。

<p>(事前テスト 6/17) 評価「C」</p> $150000 + 6500 \times x = y$ $100000 + 11000 \times x = y$	<p>(事後テスト 12/1) 評価「C」</p> <p>A <math>y = 4x + 280</math></p> <p>B <math>y = 16x + 180</math></p> $4x + 280 = 16x + 180$ $-12x = -100$ $x = \frac{25}{3} \quad \frac{25}{3} \text{年}$
--	--

【図 28】事前テストで「C」と判断された生徒の解答例（「C」→「C」）

続いて、事前テストにおいて「おおむね満足できる」状況と判断された生徒の変容について述べる。

事前テストで「おおむね満足できる」状況と判断された生徒9名のうち、5名が事後テストにおいて「十分に満足できる」状況と判断され、残り4名は「おおむね満足できる」状況と判断された。事後テストで「おおむね満足できる」状況と判断された生徒は、総費用が等しくなる使用年数を求めるためには、連立方程式をつくり、それを解いて求めることは理解し、言語的表現も加えて説明していた。しかし、「求める方法の説明」に対し、実際に計算し値を求めているが、「何が使用年数になるか」という「結論」がなく、言語的表現による説明が不足していた。

【図29】は、事後テストで「十分に満足できる」状況に変化した生徒の解答である。事前テストでは、「見通し、用いるもの」「ステップ」の記述はあったが、連立方程式を実際に解き、言語的表現による結論が不足した状態であった。しかし、事後テストでは、実際の計算は「求める方法の説明」には不要であることを理解し、何が使用年数になるか、結論まできちんと記述しており、筋道を立てて説明していることが分かる。これは、数学的な表現を用いて説明する力が高まっていることを示している。

<p>(事前テスト 6/17) 評価「B」</p> <p>使用年数を <math>x</math> 年、総費用を <math>y</math> 円とする。</p> <p>公式みたいなのに、文字と数を当てはめて、<u>連立方程式をつくらせて解く。</u></p> $\begin{cases} y = 100000 + 11000x \\ y = 150000 + 6500x \end{cases}$ <p style="text-align: center;"><math>-4500x = -50000</math></p> <p style="text-align: center;"><math>x = 11.1111\dots</math></p> <p style="text-align: right;"><b>*結論が不足</b></p>	<p>(事後テスト 12/1) 評価「A」</p> <p>総費用を表す式から、使用年数 <math>x</math>、総費用 <math>y</math> を当てはめて、A車とB車それぞれの式をつくり連立方程式をつくる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">見通し 用いるもの</p> </div> $\begin{cases} y = 4x + 280 \\ y = 16x + 180 \end{cases}$ <p><math>x</math>、<math>y</math>の値を求める。 → <b>ステップ</b></p> <p><math>x</math>が、総費用が等しくなる時の使用年数を表す。 <b>結論</b></p>
---	---

【図29】事前テストで「B」と判断された生徒の解答例（「B」→「A」）

最後に、事前テストで「十分に満足できる」状況と判断された生徒の変容について述べる。この2名の生徒は、事後テストにおいても「十分に満足できる」状況と判断された。【図30】に示した生徒の解答は、「見通し、用いるもの」において、事前テストでは具体的に立式しており、事後テストでは言語的表現で記述している。問題は、「求める方法を説明しなさい」であり、この生徒は、思考を整理するワークシート課題編や授業編で方法や理由を説明する経験を重ね、問題に応じて、言語的表現のみでも、筋道を立てて説明することができるようになっていくことが分かる。

<p>(事前テスト 6/17) 評価「A」</p> <p><math>x</math>年使用すると、Aは <math>100000 + 11000x</math></p> <p style="padding-left: 40px;">Bは <math>150000 + 6500x</math></p> <p>この2つの式を方程式にして <math>x</math> を求める。</p> <p><math>x</math> が答えの使用年数である。</p>	<p>(事後テスト 12/1) 評価「A」</p> <p>総費用と使用年数の関係を表す、<math>x</math>、<math>y</math>を使った式をA車、B車それぞれについてつくる。</p> <p>できた2つの式を連立方程式にし、<math>x</math>、<math>y</math>の値を求める。</p> <p><math>x</math>の値が、総費用が等しくなる時の使用年数である。</p>
--	---

【図30】事前テストで「A」と判断された生徒の解答例（「A」→「A」）

以上のように、無解答からの変容や「努力を要する」状況からの変容、「おおむね満足できる」状況からの変容など、事前テストと事後テストを比べ、状況が好転した生徒は全体の6割であった。また、【図28】と【図30】に示したように、説明する力の評価に変化はないが、解答内容に変容が見られた生徒もいた。これらは、継続的に取り組んだ思考を整理するワークシート課題編や、思考を整理するワークシート授業編を用いた検証授業により、関数や説明することに対する苦手意識が軽減され、関数についての理解が深まったことや数学的な表現を用いて説明する力が高まったことを示している。

## 8. 研究の成果と課題

### (1) 成果

- 理由や方法を説明する問題を位置付け、段階的に選択形式や穴埋め形式など解答欄の工夫をした思考を整理するワークシート課題編は、数学的な表現を用いて説明する力を高めることに有効であることが分かった。生徒が少しでも取り組みやすいように、大問1には基本的な計算問題を6問程度出題した。そして、大問2に関数領域を中心に理由や方法を説明する問題を設け、継続的に週末課題として取り組ませた。これにより、「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階を基にして説明することの定着が見られた。
- 「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階の枠を設け、情報を整理したり、図、表、式、グラフを関連付けて考えたりすることができるように工夫したワークシート（思考を整理するワークシート授業編）を用いた授業は、数学的な表現を用いて説明する力を高めることに有効であることが分かった。授業では、各自で見通しをもつ時間をとり、見通しを全体で共有した後、問題解決に進んだ。生徒は、問題解決に向け思考し、数学を活用して判断した内容をワークシートに書いていた。見通しをもって考えることで、筋道を立てやすくなることや結論を導きやすくなることを、生徒たちは実感していた。
- 思考を整理するワークシートは、授業編と課題編の両方を活用することで、より効果的に数学的な表現を用いて説明する力を高めることが分かった。思考を整理するワークシートを用いた関数領域における検証授業や、関数領域を中心とした課題編に取り組んだことにより、所属校の課題であった関数についての理解や、数学的な表現を用いて説明することに改善が見られた。

### (2) 課題

- 6月に実施した数学の授業に関する大分市内教員アンケートによると、生徒が「数学的な表現」を用いて説明することができるように具体的な手立てを講じている割合は87%と高いが、生徒側は、「算数や数学で学ぶ『数学的な表現』という言葉には、具体的にどのような表現があるか分かる。」という質問に対して、肯定的な解答をしたのは34%であった。これは、何が「数学的な表現」に当たるのか、理解ができていない実態を表している。そのため、数学的な表現を使った際に全体で板書や言葉で確認したり、数学的な表現に言い直しをさせたり、数学的な表現の価値付けをしたりするなど、生徒に数学的な表現を意識させるような日頃の積み重ねが必要である。これらを踏まえ、小学校の算数科の授業においても、

具体物や図、表、式、グラフの表現のよさや、その表現が数学的な表現であることに触れ、それぞれの表現の相互の関連を図り、系統的に取り組むことが求められる。

(大分市内数学科教員アンケートの結果は別冊資料P. 47を参照)

- 数学的な表現を用いて説明する力を高めるためには、単元や題材を踏まえ、計画的に「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」を行う必要がある。本研究における説明の形である「見通し、用いるもの」「ステップ」「結論」の三段階の枠組みは、数学的な表現を用いて説明する力を高めることには有効であった。しかし、説明には、結論を先に述べてから理由や方法、具体的内容等を述べる場合もある。また、説明する力の育成には、説明する経験の積み重ねが大切である。したがって、説明する力を育成することを目的とした言語活動については、数学科だけではなく、教科等横断的に取り組むことが求められる。
- 思考を整理するワークシートは、穴埋め形式ではない方が生徒の思考の妨げにはならない。しかし、生徒が考えて記入する部分が多すぎると、数学が苦手な生徒にとっては、問題解決に至らないことがある。作成する上で、題材や生徒の実態に応じ、図や穴埋め部分などをどの程度準備するか、考慮する必要がある。

## 9. まとめ

中学校学習指導要領総則において、「各教科の特質に応じて、キャリア教育の充実を図ること」が明記され、数学科におけるキャリア教育について知見を深めたいと思い、長期派遣研修生に応募した。4月から、具体的に何を研究していくか考えていく中で、数学科における大分市中学生の課題である「数学的な表現を用いて説明する力」を高めるために、有効な手立てを探ろうという考えに至り、そのことが研究の柱となった。本研究は、教科の研究を中心にしてきたが、平成23年中央教育審議会答申で示された「社会的・職業的自立、学校から社会・職業への円滑な移行に必要な力」の中でも特に、論理的思考力と課題対応能力に関係する内容であったことから、キャリア教育との関連についても考えることができた。教科指導において、事前にキャリア教育で育成すべき能力との関連を洗い出してから授業を行い、本時の学びの価値を生徒自らのキャリアに引き付けて考えられるような言葉掛けをしていくことが、各教科の特質に応じたキャリア教育の実践につながると考える。

また、検証授業において、ねらいの達成に向けて授業を構想し、ワークシートを工夫したり、問題把握の場面で具体物や映像を用いたりすることにより、生徒たちの学びが変容することを痛感した。教科指導以外の業務がある中、学校現場で今回の検証授業のような準備時間を費やすことは困難である。しかし、関数領域以外の思考を整理するワークシート授業編の作成を少しずつ進め、年間指導計画や単元計画に沿って、計画的に「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」を仕組むことで、今後も生徒の数学的な表現を用いて説明する力を高める実践を積み重ねていきたい。

最後に、大分市教育センター長期派遣研修という貴重な1年間で、指導主事はじめ、多くの方のご指導やご助言をいただいたこと、また、城南中学校の協力の下、週末課題の取組や検証授業を行うことができたことに、感謝申し上げたい。この1年間で学んだことを生かし、大分市の教育に還元できるように研鑽を積んでまいりたい。

## 10. 研究成果の還元方法

- ・大分市教育センターにおける研究報告
- ・大分市教育センターホームページ内コンテンツ「T-L A B O」への論文や指導案、ワークシートの掲載
- ・所属校における実践及び研究

## 11. 引用文献・参考文献

- ・文部科学省「第3期教育振興基本計画」(2018)
- ・文部科学省「中学校学習指導要領 解説 数学編」(2017)
- ・文部科学省「算数・数学ワーキンググループにおける審議とりまとめ」(2016)
- ・文部科学省「中央教育審議会答申～今後の学校におけるキャリア教育・職業教育の在り方について～」(2011)
- ・大分県教育委員会ホームページ <http://www.pref.oita.jp/uploaded/attachment/2062426.pdf>  
(平成31年度全国学力・学習状況調査、大分市分析結果と具体的方策)  
<https://www.pref.oita.jp/site/kyoiku/2001409.htm>  
(算数・数学の学習で説明する力を伸ばす基本形)
- ・国立教育政策研究所ホームページ [https://www.nier.go.jp/09zireishuu/01\\_chuu\\_zirei.pdf](https://www.nier.go.jp/09zireishuu/01_chuu_zirei.pdf)  
(全国学力・学習状況調査において特徴ある結果を示した学校における取組事例について第2集)
- ・藤田晃之「キャリア教育基礎論ー正しい理解と実践のためにー」実業之日本社(2014)
- ・中原忠男「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」聖文社(1995)
- ・松元新一郎「中学校新数学科『数学的な表現力』を育成する授業モデル」明治図書(2009)
- ・西村圭一「算数・数学科における『思考・判断・表現』の評価の在り方」  
日本教材文化研究財団 研究紀要第41号(2012)
- ・後藤龍太郎「根拠を基に筋道を立てて説明する力を高める指導の工夫  
～「変化と関係」領域における数学的活動を通して～」(2019)
- ・戸羽賢一「数学的に表現する能力を高めるための一試み  
～数学的な表現様式に着目して問題解決に取り組む学習活動を通して～」(2014)
- ・片桐重男「数学的な考え方の具体化と指導ー算数・数学科の真の学力向上を目指してー」  
明治図書(2004)

